الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◈◈◈	**مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي** **- دورة جويلية 2008-**		تلصق هنا اللاصقة الحاملة للاسم واللقب
	المادة : الرياضيات **Version A**	**المدة : ساعة**	

ملاحظات :

1) يتضمن الاختبار :

- ورقتين A3 خاصّة بالأسئلة مرقمة من 1 إلى 6
- ورقة واحدة A4 خاصّة بالإجابة

2) يجب التأكّد من التطابق بين :

* أوراق الأسئلة **Version A** و ورقة الإجابة **Version A**
* أوراق الأسئلة **Version B** و ورقة الإجابة **Version B**

3) يحتوي الاختبار على **50** سؤالا متعدّد الأجوبة **(QCM)**

4) كلّ سؤال يحتمل إجابة واحدة أو عدّة إجابات

تعليمات :

1) تثبت اللاصقة الحاوية للرمز **Code à Barres** في المكان المخصّص لها على ورقة الإجابة (الركن الأيمن).

2) تثبت اللاصقة الحاملة للاسم واللقب في المكان المخصّص لها بالصفحة الأولى (الركن الأيسر) من هذه الورقة.

3) لا تُسلم إلاّ ورقة إجابة واحدة لكلّ مترشح ويستحسن الإجابة على ورقة الأسئلة قبل نقل العلامات على ورقة الإجابة.

4) توضع علامة (×) في المربّع أو في المربّعات الخاصّة بالإجابات الصحيحة

5) يُستعمل القلم الجاف **(BIC)** الأسود أو الأزرق دون سواهما.

6) عدم استعمال الماحي **(BLANCO)** وعدم التشطيب.

7) عدم طي ورقة الإجابة.

8) تُرجع ورقة الإجابة وأوراق الأسئلة.

Soit un réel x. On considère la proposition « P : 3 $\leq x < 5$».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P.

A. $x < 3$ et $x \geq 5$	B. $x < 3$ ou $x \geq 5$.	C. $3 < x \leq 5$.

Q2. Soit f une fonction définie sur [0,1] et la proposition « P : f est bornée ».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P.

A. f n'est pas majorée .	B. f n'est ni majorée, ni minorée.	C. f est soit non majorée, soit non minorée.

Q3. Soit une suite (u) et la proposition « P : (u) est décroissante ou minorée ».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P

A. La suite (u) est croissante ou majorée.	B. La suite (u) n'est ni décroissante ni minorée.	C. La suite (u) est soit non décroissante, soit non minorée.

Q4. Soit f une fonction définie sur [0, 1] et la proposition
« P : Si f est croissante sur [0, 1] et $f(0) > 0$, alors $f(1) > 0$ ».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la proposition équivalente à P.

A. Si $f(1) \leq 0$, alors soit f est non croissante , soit $f(0) \leq 0$.	B. Si $f(1) \leq 0$ alors f est décroissante sur [0, 1].	C. Si $f(1) \leq 0$ alors f n'est pas croissante sur [0,1].

Q5. Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ et la proposition
« P : Il existe un réel x de [0,1] vérifiant f(x) = g(x) ».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P.

A. Il existe un réel x n'appartenant pas à [0, 1] vérifiant $f(x) = g(x)$.	B. Il existe un réel x de [0, 1] vérifiant $f(x) \neq g(x)$.	C. Pour tout réel x de [0, 1], $f(x) \neq g(x)$.

Q6. On considère une transformation f du plan et la proposition
« P : Si f est une isométrie alors f conserve l'alignement ».
Parmi les propositions suivantes, reconnaître la proposition équivalente à P.

A. Si f n'est pas une isométrie alors f ne conserve pas l'alignement.	B. Si f ne conserve pas l'alignement alors f n'est pas une isométrie.	C. Si f conserve l'alignement alors f est une isométrie.

Q7. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Pour tous $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$,

A. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$	B. $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$	C. $f(A) \cap f(B) \subset f(A \cap B)$

Q8. Pour toute partie F non vide de $\mathbb{R}$.

A. Si inf F existe, alors min F existe.	B. Si max F existe, alors sup F existe.	C. Si F est bornée alors F admet un maximum et un minimum

Q9. Soit $G = \left\{ \dfrac{(-1)^n}{2n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}$

A. inf G = -1 et sup G =1	B. inf G = 0 et sup G =1.	C. inf G = $-\dfrac{1}{3}$ et sup G =1.

Q10. Soit $f : R \to R$ telle que $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

A. $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.	B. $f(\mathbb{R}) = [2, +\infty[$.	C. $f(]0, 2[) = [2, 3]$.

Q11. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - (x+2)^2$. est

A. $f([-3, 0]) = [0, 4]$.	B. $f([-3, 0]) = [-1, 4]$.	C. $f([-3, 0]) = [0, 3]$.

Q12. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$ et f' La fonction dérivée de f

A. f' est strictement croissante.	B. f' est strictement positive. .	C. f'' est strictement positive.

Q13. Soit $f : R \to R$ telle que $f(x) = \ln\left(\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|\right)$.

A. f est définie sur $]-1, 1[$.	B. f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$	C. f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Q14. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x + 1$.

A. $g \circ f(x) = \dfrac{1}{e^x + 1}$, $x > 0$	B. $f \circ f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, $x > 0$	C. $f \circ f(x) = x$, $x > 0$.

Q15. Soit la fonction $f : x \mapsto \cos(8\pi x)$.

A. f est π-périodique.	B. f est $\dfrac{1}{8\pi}$-périodique.	C. f est $\dfrac{1}{4}$-périodique.

Q16. f est une fonction continue sur $[-1, 4]$ telle que $f(-1) = -3$ et $f(4) = 5$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur $[-1, 4]$ est

A. Exactement 1.	B. Au moins un.	C. zéro.

Q17. Le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x = \sin x$ est

A. 1.	B. Une infinité.	C. 2.

Q18. L'approximation affine, pour x voisin de 0, de la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $f(x) = \sin(x + \pi)$ est

A. $-x$.	B. $-x + 1$.	C. x.

Q19. Les primitives d'une fonction impaire et continue sur $\mathbb{R}$ sont des fonctions

A. paires.	B. impaires.	C. ni paires ni impaires.

Q20. Quelque soit la primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 5}$

A. $F(0) < F(1)$.	B. $F(0) = F(1)$	C. $F(0) > F(1)$

Q21. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ est

A. bornée sur $\mathbb{R}$.	B. bornée sur $\mathbb{R}$ et atteint ses bornes.	C. non bornée sur $\mathbb{R}$.

A. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^x = 1$	B. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^x = 0$.	C. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^x$ n'existe pas.

Q23. Soit f la fonction définie au voisinage de 0 par $f(x) = \ln 2 + \frac{1}{2}x - \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon(x)$ **où** $\lim\limits_{0} \varepsilon(x) = 0$ **.On désigne par** C_f **sa courbe dans un repère orthonormé.**

A. la droite $\Delta : y = \ln 2 + \frac{1}{2}x$ est une asymptote oblique à C_f.	B. la droite $\Delta : y = \ln 2 + \frac{1}{2}x$ est une tangente à C_f.	C. la droite $\Delta : y = \ln 2$ est une asymptote horizontale à C_f.

Q24. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

A. Si f est strictement décroissante sur I alors f est une bijection de I sur f(I).	B. Si f est bijective sur I alors f^{-1} est continue sur f(I).	C. Si f est dérivable et strictement monotone sur I alors f^{-1} est dérivable sur f(I).

Q25.

A. $\mathrm{Arc}\sin(\sin x) = x$, pour tout $x \in [0, 2\pi[$.	B. $\tan(\mathrm{Arc}\tan x) = x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.	C. $\cos(\mathrm{Arc}\cos x) = x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Q26.

A. Si f est continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$ et si $\lim\limits_{x \to a} f'(x) = L$ alors f est dérivable en a et $f'(a) = L$.	B. Si f est dérivable sur $]a, b[$ et s'il existe c dans]a,b[tel que $f'(c) = 0$ alors f admet un extremum dans]a,b[.	C. Pour toute fonction f dérivable sur [a, b], $f'([a, b])$ est un intervalle.

Q27. On considère la fonction $f : x \mapsto \mathrm{Arc}\cos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

A. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.	B. La fonction f est impaire.	C. La fonction f est dérivable en 1.

Q28.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t}\, dt = 1$	B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t}\, dt = \frac{1}{2}$	C. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t}\, dt = \sqrt{2}$

Q29. On considère la fonction $f : x \mapsto \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à 1.	B. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à 0.	C. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à $\frac{2}{\pi}$.

Q30.

A. $\lim\limits_{x \to 0} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = 1$	B. $\lim\limits_{x \to +\infty} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$	C. $\lim\limits_{x \to +\infty} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = +\infty$.

Q31.

A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.	B. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.	C. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{t\sqrt{t}} dt$ est convergente.

Q32.

A. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.	B. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$ est divergente	C. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t\sqrt{t}} dt$ est convergente.

Q33. La limite de la suite de terme général $u_n = \left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ est égale à

A. $+\infty$.	B. 0.	C. 1.

Q34. Soit la suite géométrique (u_n) de raison q, telle que $\sum_{p=1}^{p=n} u_p = \frac{11^n - 1}{5}$.

A. $u_3 = 121$.	B. $u_3 = 242$.	C. $u_3 = 363$.

Q35.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{1}{4}$.	B. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 1$.	C. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{5}{4}$.

Q36.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} n\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{25}{36}$.	B. $\sum_{n=1}^{+\infty} n\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = -\frac{25}{36}$.	C. $\sum_{n=0}^{+\infty} (n+1)\left(-\frac{1}{5}\right)^{n} = \frac{6}{5}$.

Q37.

A. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$.	B. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 0$.	C. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2}$.

Q38.

A. $\lim_{n\to+\infty} n^2\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$	B. $\lim_{n\to+\infty} n^2\left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$.	C. $\lim_{n\to+\infty} n^2\left(\frac{1}{2}\right)^n = +\infty$.

Q39.

A. $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$	B. $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n} = 1$.	C. $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n} = +\infty$.

Q40.

A. $\lim_{n\to+\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2} = 1$	B. $\lim_{n\to+\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2} = e^{-1}$.	C. $\lim_{n\to+\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2} = 0$.

Q41. Soit la suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définies sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par $f_n(x) = (-1+\cos x)^n$.

A. La suite (f_n) converge simplement sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.	B. La suite (f_n) diverge sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.	C. Pour tout $n \geq 1$, $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f_n(x) = 1$.

Q42. Soit la série $\sum_{n\geq 1} u_n$ de terme général $u_n = \frac{(-1)^n n}{n^2+1}$.

A. $\sum_{n\geq 0} u_n$ est convergente.	**B.** $\sum_{n\geq 0} u_n$ est divergente	**C.** $\sum_{n\geq 0} u_n$ est absolument convergente.

Q43.

A. $\sum_{n\geq 1} \ln\left(1+\frac{(-1)^n}{n}\right)$ est convergente.	**B.** $\sum_{n\geq 0} \frac{\ln(n^2)}{(n+1)}$ est convergente.	**C.** $\sum_{n\geq 1} \frac{n}{1+2+\ldots+n}$ est convergente.

Q44. Soit la série de fonctions $\sum_{n\geq 1} f_n(x)$ de terme général $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n}$.

A. La série $\sum_{n\geq 1} nf_n(x)$ converge sur $\mathbb{R}_+$	**B.** La série $\sum_{n\geq 1} f_n(x)$ converge sur $\mathbb{R}_+$.	**C.** La série $\sum_{n\geq 1} f_n'(x)$ converge sur $\mathbb{R}_+^*$.

Q45. On considère l'équation différentielle $(E): y'+y=\cos x$.

A. L'équation possède une infinité de solutions.	**B.** L'équation ne possède pas de solution	**C.** L'équation possède une unique solution.

Q46. Par quoi doit on compléter les pointillés pour que les deux assertions suivantes soient vraies :
$z\in\mathbb{C},\ z=\bar{z}\ \ldots\ z\in\mathbb{R}$; $z\in\mathbb{C},\ z^3=-1\ \ldots\ z=-1$.

A. $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$.	**B.** $\Leftrightarrow$ et $\Leftrightarrow$.	**C.** $\Leftrightarrow$ et $\Leftarrow$.

Q47. Le produit de trois entiers consécutifs est toujours divisible par

A. 6.	**B.** 5.	**C.** 12.

Q48. Le reste de la division euclidienne de 1234567890123456791 par 123456789 est

A. 0.	**B.** 1.	**C.** 2.

Q49. Le reste de la division euclidienne de 5^{56789} par 6 est

A. 0	**B.** 1	**C.** 5

Q50. Les solutions entières de l'équation $6x+8y=2$ sont de la forme

A. $(-1+4k, 1-3k), k\in\mathbb{Z}$	**B.** $(-1+8k, 1-6k), k\in\mathbb{Z}$	**C.** $(-1+8k, 1+6k), k\in\mathbb{Z}$